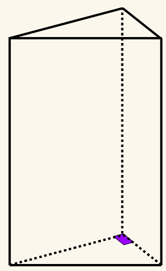
Construire une face de prisme en vraie grandeur

Exercice corrigé

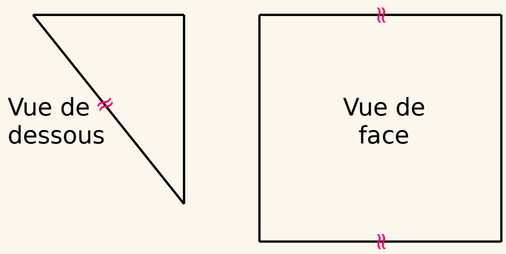
La hauteur du prisme droit schématisé ci-contre mesure 3 cm.

Sa base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 2 cm et 2,5 cm.



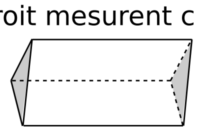
Trace en vraie grandeur une vue de dessous et une vue de la face avant.

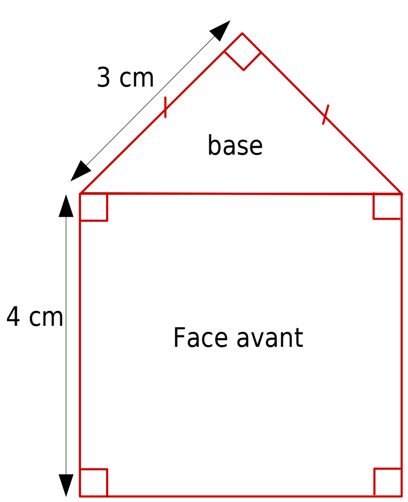
Correction



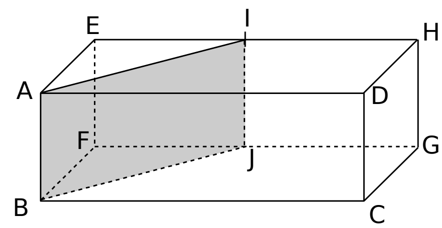
1 Construire en vraie grandeur la base de ce prisme de hauteur 4 cm, ainsi que la face avant.

La base est un triangle rectangle isocèle où les côtés de l'angle droit mesurent chacun 3 cm.



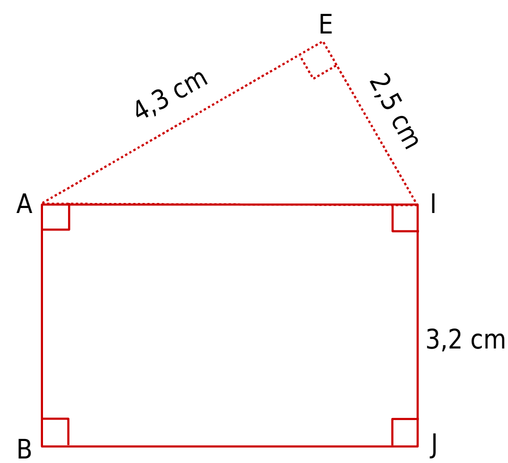


2 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. On coupe ce parallélépipède pour obtenir un prisme AEIBFJ. Construis en vraie grandeur la face AIJB sachant que AE=4,3cm ; EI=2,5cm et EF=3,2cm.



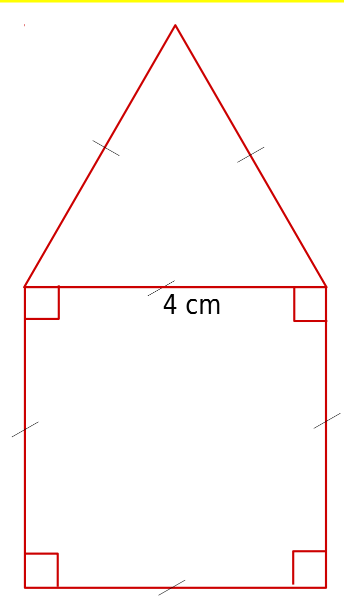
AIJB est un rectangle on a donc :

IJ = AB = EF = 3,2 cm



3 Un prisme droit a pour base un triangle équilatéral et chacune de ses faces latérales est un carré. La longueur totale des arêtes est de 36 cm. Représente en vraie grandeur sa base et une de ses faces latérales. Détaille tes calculs

Il y a 9 arêtes dans ce prisme. On en déduit que la longueur d'une arête est : L = 36 ÷ 9 = 4 cm.



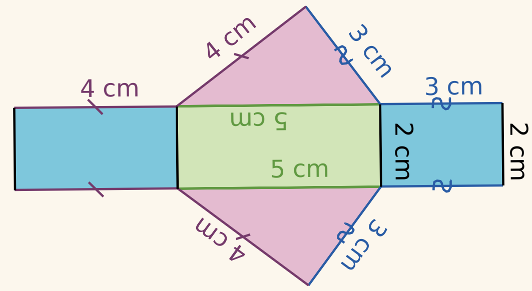
Série 2 Construire un patron de prisme

Exercice corrigé

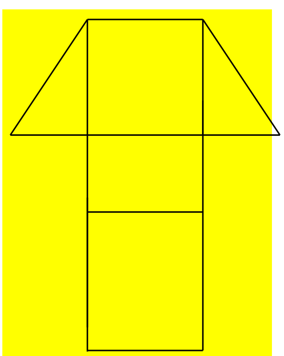
Construis un patron d'un prisme droit dont la base est un triangle de côtés 5 cm, 4 cm et 3 cm, et dont la hauteur est égale à 2 cm.

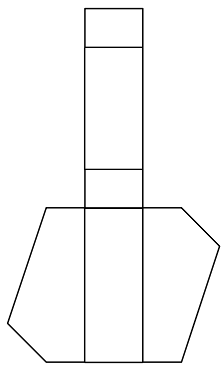
Rappel : Le prisme est droit donc les faces latérales sont des rectangles.

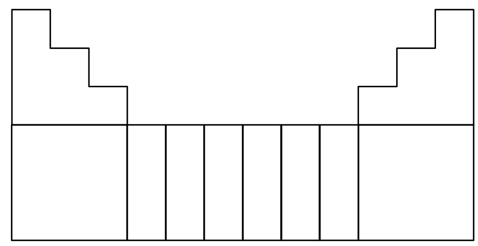
Correction

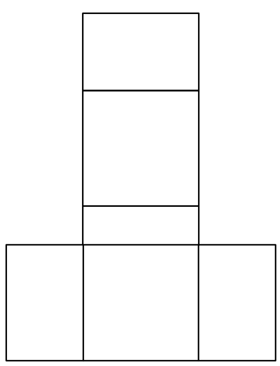


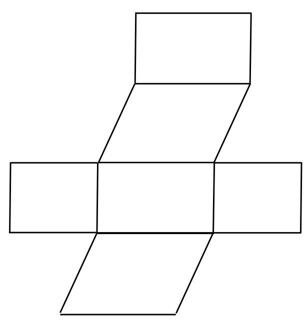
1 Parmi les figures suivantes, entoure celles qui sont des patrons de prismes droits.



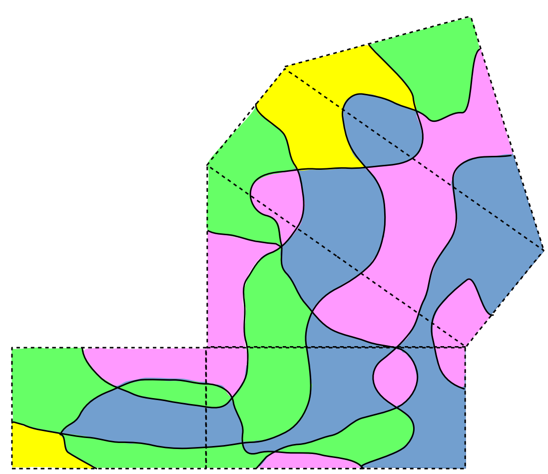






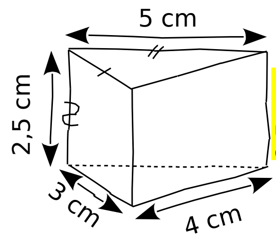


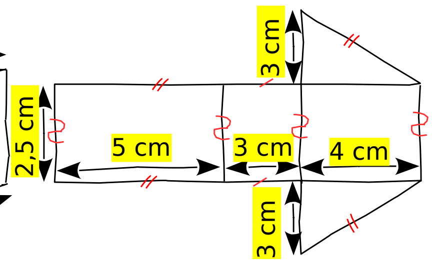
2 Colorie le patron suivant pour que, une fois le prisme construit, une même zone soit de la même couleur. Deux zones contiguës ne doivent pas être coloriées de la même couleur.
Combien de couleurs as-tu utilisé ? 4

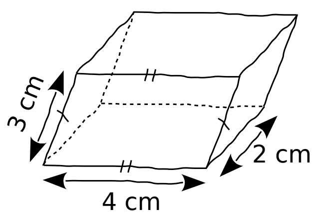


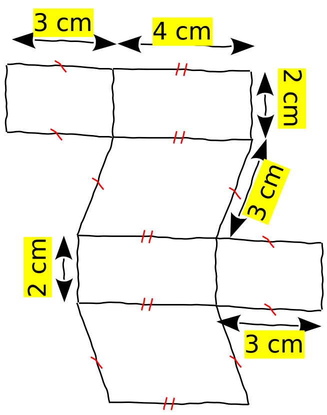
Série 2 Construire un patron de prisme

3 À l'aide des représentations en perspective cavalière, indique les longueurs que tu connais et code les segments de même longueur sur les patrons.

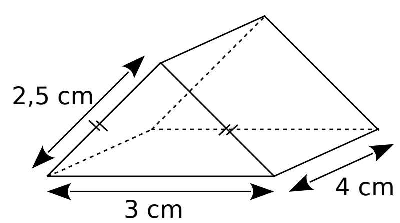


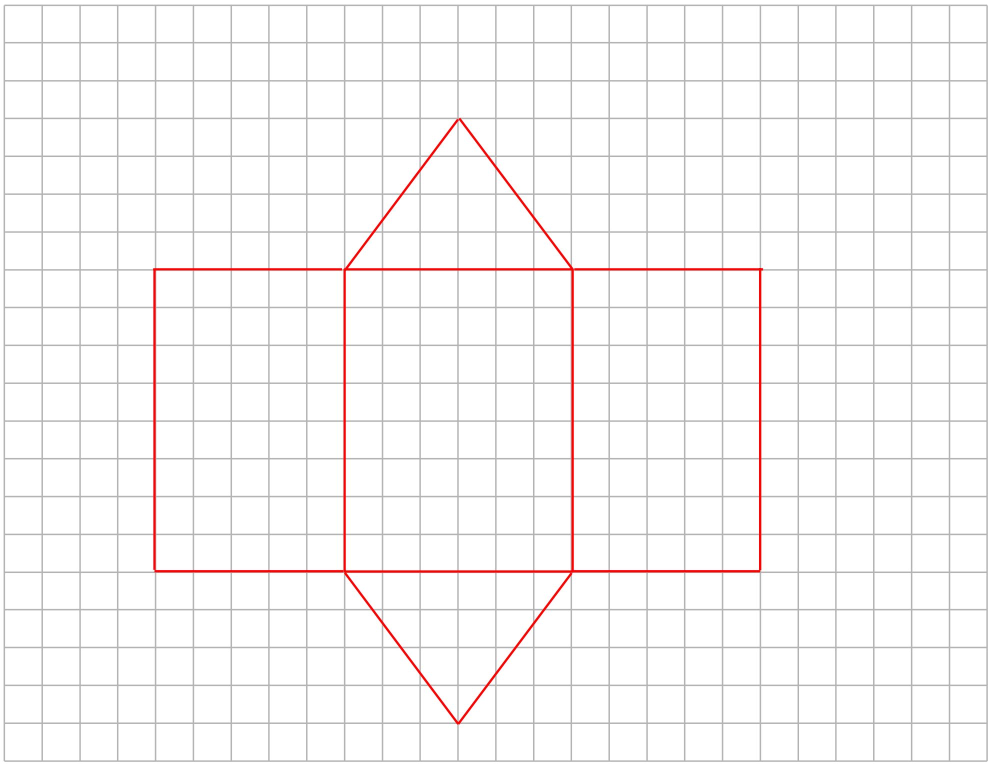






4 Construis un patron du solide ci-dessous représenté en perspective.



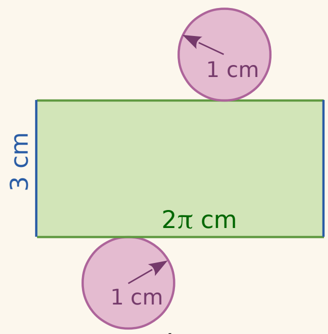


Construire un patron de cylindre

Exercice corrigé

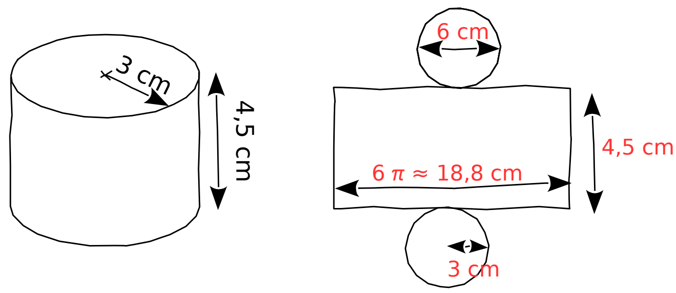
Construis un patron d'un cylindre de révolution de hauteur 3 cm ayant pour base un disque de rayon 1 cm.

Correction



La surface latérale est un rectangle. L'une de ses dimensions est la hauteur du cylindre, l'autre est la longueur de la base (ici, $2 \times \pi \times 1^2 \approx 6{,}28$ cm).

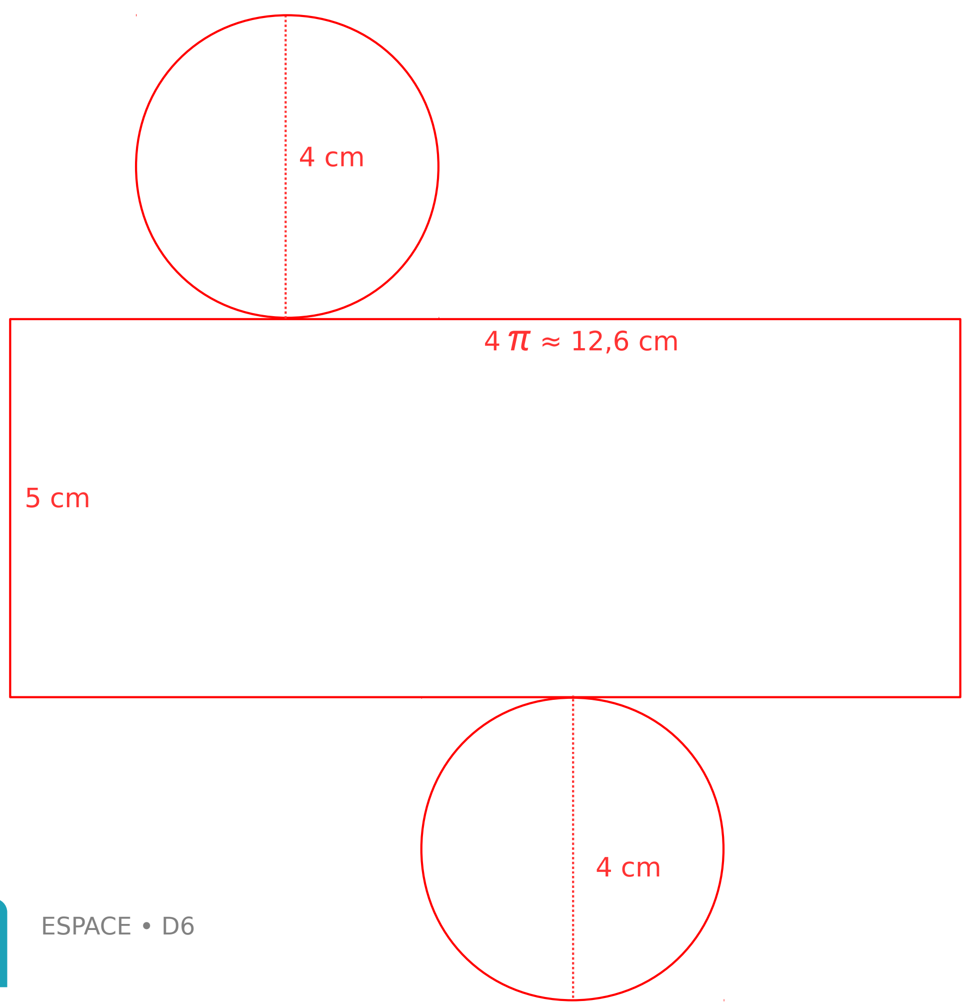
1 Indique sur le schéma à main levée les mesures correspondant à la vue en perspective de ce cylindre.



2 On considère le patron d'un cylindre de révolution. Complète le tableau. Si besoin, donne des valeurs arrondies au dixième.

Rayon du cercle de base	Diamètre du cercle de base	Longueur du rectangle
4 cm	8 cm	≈ 25,1 cm
3,1 cm	6,2 cm	≈ 19,5 cm
≈ 1,5 cm	≈ 3,9 cm	12,4 cm

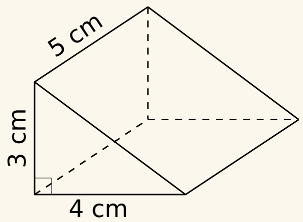
3 Construis un patron d'un cylindre de 4 cm de diamètre de la base et 5 cm de hauteur.

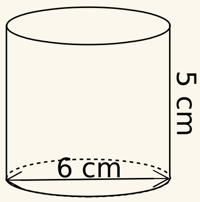


Série 6 Volume d'un prisme droit, d'un cylindre

Exercice corrigé

Détermine les volumes des solides suivants.





Correction

La formule du volume, pour un prisme droit ou un cylindre, est : $\mathcal{V}$ = Aire de la base × hauteur

Pour le prisme droit :

Ici, la base est un triangle rectangle/

$\mathcal{A}$ = 4 cm × 3 cm ÷ 2 = 6 cm²

$\mathcal{V}$ = 6 cm² × 5 cm = **30 cm³.**

Le volume du prisme est de 30 cm³.

Pour le cylindre :

Ici, la base est un disque de rayon 3 cm.

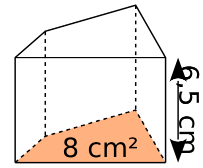
$\mathcal{A}$ = π × 3² = 9 π cm²

$\mathcal{V}$ = 9 π cm² × 5 cm = 45π cm³ ≈ **141 cm³**

Le volume du cylindre est d'environ 141 cm³.

1 Colorie une base, repasse en couleur une hauteur et détermine le volume.

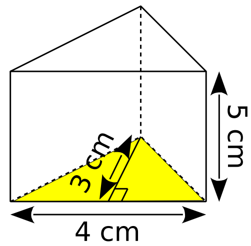
a.



$\mathcal{V} = 8 \times 6{,}5$

$\mathcal{V} = 52\ \text{cm}^3$

b.



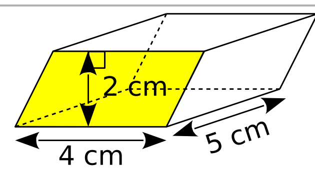
Aire de la base :

$\dfrac{4 \times 3}{2} = 6\ \text{cm}^2$

Volume :

$6 \times 5 = 30\ \text{cm}^3$

c.



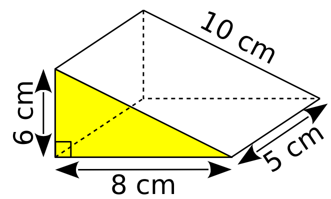
Aire de la base :

$4 \times 2 = 8\ \text{cm}^2$

Volume :

$8 \times 5 = 40\ \text{cm}^3$

d.



Aire de la base :

$\dfrac{6 \times 8}{2} = 24\ \text{cm}^2$

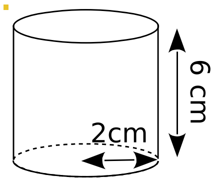
Volume :

$24 \times 5 = 120\ \text{cm}^3$

Volume d'un prisme droit, d'un cylindre

2 Complète les calculs pour déterminer le volume exact de chaque cylindre de révolution.

a.



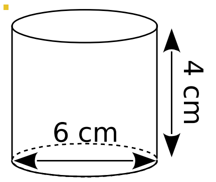
Aire de la base :

$\pi \times 2^2 = 4 \times \pi$ cm²

Volume du cylindre :

$4 \times \pi \times 6 = 24\,\pi$ cm³

b.



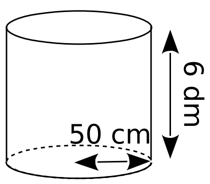
Aire de la base :

$\pi \times 3^2 = 9 \times \pi$ cm²

Volume du cylindre :

$9 \times \pi \times 4 = 36\ \pi$ cm³

c.



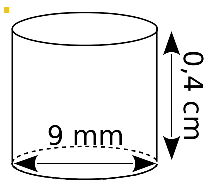
Aire de la base :

$\pi \times 5^2 = 25 \times \pi$ dm²

Volume du cylindre :

$25\,\pi \times 6 = 150\,\pi$ dm³

d.



Aire de la base :

$\pi \times 4{,}5^2 = 20{,}25 \times \pi$ mm²

Volume du cylindre :

$20{,}25\,\pi \times 4 = 81\,\pi$ mm³

3 On considère des cylindres de rayon r, de diamètre D et de hauteur h. Complète le tableau.

	r	D	h	Volume exact	Volume arrondi au centième
a.	3 cm	6 cm	5 cm	$45\,\pi$ cm³	141,37cm³
b.	1,9 cm	3,8 cm	4 dm	$14{,}44\,\pi$ cm³	45,36 cm³
c.	7 dm	14 dm	8 dm	$392\,\pi$ dm³	1 231,5 dm³
d.	2 m	4 m	6,3m	$25{,}2\,\pi$ m³	79,17 m³
e.	6 dam	12 dam	1 dam	$36\,\pi$ dam³	113,1 dam³

4 Un vase cylindrique de 10 cm de diamètre et de 13 cm de hauteur contient 0,7 L d'eau. Peut-on ajouter 0,3 L d'eau sans que cela déborde ?

V cylindre : $\pi \times 5^2 \times 13 = 325\,\pi$ cm³ ≈ 1021 cm³

donc le volume du verre : $\approx 1{,}021$ dm³ soit 1,021 L

On peut donc ajouter 0,3 L au 0,7 L car cela fait

1 L en tout (il restera 21 cm³)

5 Calcule les volumes des solides suivants.

a. Un prisme droit à base rectangulaire de 6,1 cm de long ; 42 mm de large et 7 cm de hauteur.

Aire de la base : $6{,}1 \times 4{,}2 = 25{,}62$ cm²

Volume du prisme : $25{,}62 \times 7 = 179{,}34$ cm³.

b. Un prisme droit de 0,5 dm de hauteur. Le triangle de base a un côté de 0,3 dm et la hauteur relative à ce côté est de 1,3 dm.

Aire de la base : $\dfrac{0{,}3 \times 1{,}3}{2} = 0{,}195$ cm²

Volume du prisme : $0{,}195 \times 0{,}5 = 0{,}097\,5$ cm³

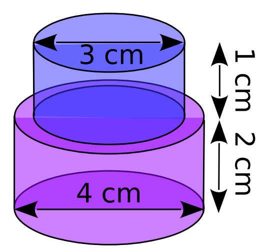
c. Un cylindre de révolution de 54 mm de hauteur et 2,2 cm de diamètre de base.

Aire de la base : $\pi \times 1{,}1^2 = 1{,}21 \times \pi$ cm²

Volume du cylindre : $1{,}21\,\pi \times 5{,}4 = 6{,}534\,\pi$ cm³

6 Calcule le volume de chaque solide suivant. (Tu donneras la valeur exacte puis une valeur arrondie au mm³.)

a.

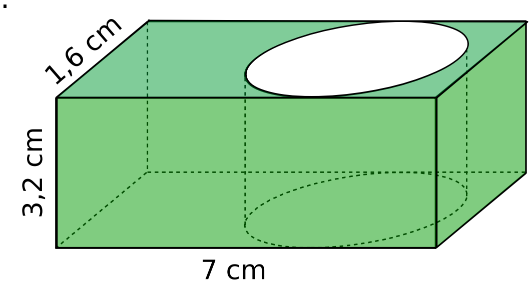


V Grand cylindre : $\pi \times 2^2 \times 2 = 8\,\pi$ cm³

V Petit cylindre : $\pi \times 1{,}5^2 \times 1 = 2{,}25\,\pi$ cm³

V Solide : $8\,\pi + 2{,}25\,\pi = 10{,}25\,\pi \approx 32{,}201$ cm³

b. Parallélépipède troué par un cylindre de révolution.



V Parallélépipède : $7 \times 3{,}2 \times 1{,}6 = 35{,}84$ cm³

V Cylindre : $\pi \times 0{,}8^2 \times 3{,}2 = 2{,}048\,\pi$ cm³

V Solide : $35{,}84 - 2{,}048\,\pi \approx 29{,}406$ cm³

Série 6 Volume d'un prisme droit, d'un cylindre

7 Pour un chantier, un maçon doit construire quatre colonnes en béton de forme cylindrique, de 50 cm de rayon et de 4 m de hauteur.

a. Quel est le volume d'une colonne (au centième de m^3 près) ?

(50 cm = 0,5 m) V= $\pi \times 0{,}5^2 \times 4 = \pi \approx 3{,}14$ m^3

Pour 1 m^3 de béton, il faut :

ciment	sable	gravillons	eau
400 kg	460 L	780 L	200 L

b. Donne alors la quantité de ciment, de sable, de gravillons et d'eau nécessaire pour les quatre colonnes.

Volume des 4 colonnes : $4 \times 3{,}14 = 12{,}56$ m^3

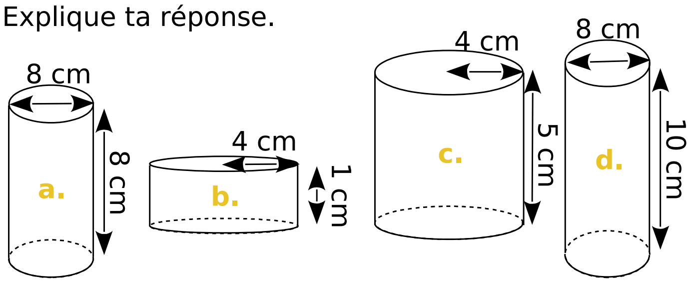
Ciment : $12{,}56 \times 400$ kg $= 5\,024$ kg

Sable : $12{,}56 \times 460$ L $= 5\,777{,}6$ L

Gravillons : $12{,}56 \times 780$ L $= 9\,796{,}8$ L

Eau : $12{,}56 \times 200$ L $= 2\,512$ L

8 Sans faire de calculs, range les cylindres de révolution dans l'ordre croissant de leur volume. Explique ta réponse.



Tous ces cylindres ont le même rayon. Leur volume ne dépend donc que de leur hauteur :

Vb. < Vc. < Va. < Vd.

9 Paul dispose de deux seaux d'exactement 3 et 5 litres. Chaque seau a une forme cylindrique et l'aire de leur base est de 200 cm^2.

a. Calcule la hauteur de chacun de ces seaux.

3 L = 3 000 cm^3 et 5 L = 5 000 cm^3.

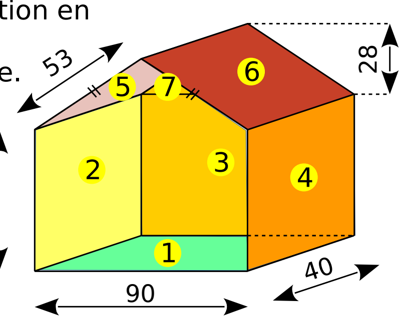
$200 \times h = 3\,000$ donc $h = 3\,000 \div 200 = 15$ cm

$200 \times h = 5\,000$ donc $h = 5\,000 \div 200 = 25$ cm

b. Comment va procéder Paul pour obtenir 4 L en utilisant uniquement ses seaux de 3 L et 5 L?

Il peut verser 2 seaux de 5 L puis retirer 2 seaux de 3 L (2 × 5 L − 2 × 3 L = 4 L).

10 Voici la représentation en perspective cavalière d'une maison de poupée. (Toutes les longueurs sont données en centimètres.)



a. Calcule la surface de bois nécessaire pour réaliser le modèle ci-dessus.

$A_1 = 90 \times 40 = 3\,600$ $A_2 = A_4 = 60 \times 40 = 2\,400$

$A_3 = 90 \times 60 = 5\,400$ $A_5 = A_6 = 53 \times 40 = 2\,120$

$A_7 = 90 \times 28 \div 2 = 1\,260$

Total : 19 300 cm^2 = 1,93 m^2.

b. Sachant que le contre-plaqué choisi coûte 28,90 € le m², calcule le montant de sa dépense.

$1{,}93 \times 28{,}90 \approx 55{,}78$ €. Il dépensera 55,78 €.

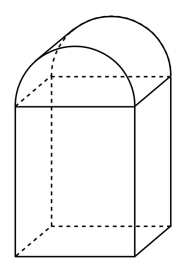
c. Calcule, au L près, le volume de la maison.

La maison est un prisme droit.

La base est formée des surfaces 3 et 7.

$(5\,400 + 1260) \times 40 = 266\,400$ $cm^3 \approx 266$ L

11 Une borne kilométrique est un parallélépipède rectangle surmonté d'un demi-cylindre.
La hauteur totale de la borne est de 650 mm ; sa largeur est de 470 mm et sa profondeur est de 380 mm.



a. Calcule le volume d'une borne.

hauteur du parallélépipède :

H *totale* – rayon *du demi-cylindre*

650 – 470 ÷ 2 = 650 - 235 = 415 (mm) = 41,5 (cm)

V parallélépipède : $41{,}5 \times 47 \times 38 = 74\,119$ (cm^3)

V demi-cylindre :

$\pi \times 23{,}5^2 \times 38 \div 2 = 10\,492{,}75\,\pi$ (cm^3)

V Borne : $74\,119 + 10492{,}75\,\pi \approx 107\,081$ (cm^3)

b. Sur les routes nationales, le demi-cylindre est rouge. Calcule la surface à peindre en rouge.

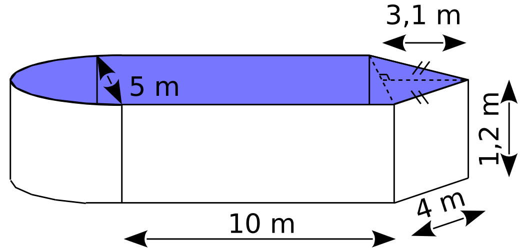
A. faces latérales : $\pi \times 23{,}5^2 = 552{,}25\,\pi$ cm^2.

A. face supérieure : $38 \times \pi \times 23{,}5 = 893\,\pi$ cm^2.

Aire Totale :

$552{,}25\,\pi + 893\,\pi = 1\,445{,}25\,\pi \approx 4\,540$ cm^2

12 Voici la représentation en perspective cavalière d'une piscine. (Les proportions ne sont pas respectées.)



a. Calcule l'aire latérale de la piscine.

Périmètre : $10 \times 2 + 4 \times 2 + \pi \times 2,5 = 28 + 2,5\,\pi$.

Aire latérale : $(28+2,5\,\pi) \times 1,2 \approx 43$ m^2.

b. Sur le pot de peinture, il est noté : « 1 L pour 1,3 m^2 ». Combien faudra-t-il de pots de peinture de 1 L pour peindre l'aire latérale de la piscine ?

43 m² ÷ 1,3 m² ≈ 33,1

33 pots ne suffiront pas, il faudra 34 pots de peinture pour peindre l'aire latérale de la piscine.

c. Restera-t-il assez de peinture pour peindre le fond de la piscine ?

$A_{\text{demi-cercle}} = \dfrac{\pi \times 2,5^2}{2} = 3,125\,\pi$

$A_{\text{rectangle}} = 5 \times 10 = 50$ $A_{\text{triangle}} = \dfrac{5 \times 3,1}{2} = 7,75$

$A_{\text{piscine}} = 3,125\,\pi + 50 + 7,75 \approx 67,56$ m^2

Il faudrait plus de peinture pour peindre le fond de la piscine que pour peindre son aire latérale.

d. Calcule, au litre près, le volume d'eau que peut contenir la piscine.

$V = A_{\text{piscine}} \times \text{hauteur} \approx 67,56 \times 1,2 \approx 81,072$ m^3

La piscine peut contenir 81 072 L.

e. La piscine est remplie aux $\dfrac{5}{6}$ de sa hauteur.

En France, en moyenne 1 m^3 d'eau coûte 2,95 €.
Combien coûte le remplissage de la piscine ?

$\dfrac{5}{6} \times 81072$ L = 67 056 L ≈ 67,06 m^3

67,06 m³ × 2,95 €/m³ = 197,827 €

Le remplissage coûte : 197,83 €